

Aufgaben zu den Zufallsgrößen

- 1 Eine Münze wird dreimal geworfen.

Die Zufallsgröße X ist der Wert der Differenz Anzahl „Zahl“ – Anzahl „Kopf“.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung und zeichnen Sie das zugehörige Histogramm. 

- 2 Eine Münze wird dreimal geworfen.

Die Zufallsgröße X ist jeweils der Gewinn nach folgendem Plan:

Wurfbild Z . .	Gewinn 2 Euro
Wurfbild WZ .	Gewinn 1 Euro
Wurfbild WWZ	Verlust 1 Euro
Wurfbild WWW	Verlust 2 Euro

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung und zeichnen Sie das zugehörige Histogramm. 

- 3 Aus einer Urne, die 2 weiße und 3 schwarze Kugeln enthält, werden mit einem Griff 3 Kugeln zufällig entnommen.

Die Zufallsgröße X ist jeweils die Anzahl der weißen Kugeln.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung und zeichnen Sie das zugehörige Histogramm. 

- 4 In einer Lostrommel befinden sich 4 rote und 6 weiße Kugeln, von denen 5 Stück mit Zurücklegen gezogen werden.

Die Zufallsgröße X ist die Anzahl der weißen Kugeln.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung und zeichnen Sie das zugehörige Histogramm. 

- 5 Es wird zweimal ein Würfel geworfen.

Die Zufallsgröße X ist der Gewinn nach folgendem Spielplan:

Augensumme	Bewertung
2	Gewinn 5 Euro
3, 5, 7, 11	Gewinn 1 Euro
sonstige gerade Zahl	Verlust 1 Euro
sonstige ungerade Zahl	Verlust 4 Euro

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung und zeichnen Sie das zugehörige Histogramm. 

- 6 Die Öffnungszeit eines Freizeitparks soll bei entsprechenden, vom Zufall abhängigen Voraussetzungen verlängert werden.
Die Zufallsgröße Y gibt die Verlängerung der Öffnungszeit in Stunden an. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung lässt sich mit Hilfe eines Parameters $a \in \mathbb{R}$ so darstellen:

y_i	0	1	1,5	2
$P(Y = y_i)$	0,4	1,5a	a	0,5a

Berechnen Sie den Parameterwert a und stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße Y geeignet graphisch dar. 

- 7.0 Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der Tassen Tee an, die ein Gast bei einem Frühstück trinkt. Es ergibt sich folgende Verteilung: (Abitur 2008 SI)

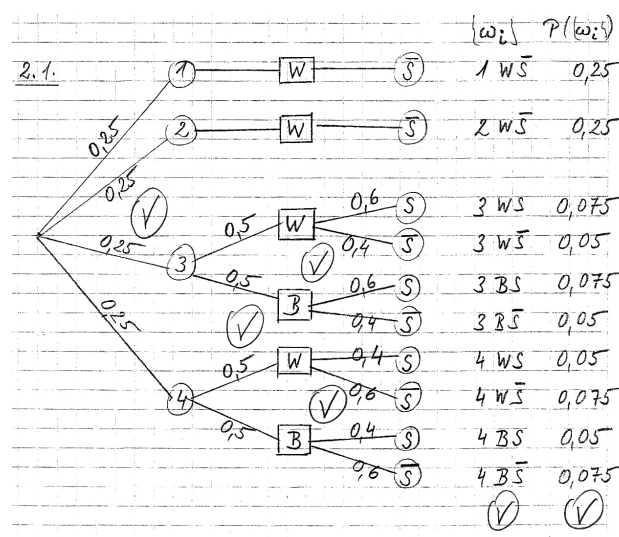
x	0	1	2	3	4	5	6 oder mehr
Gästzahl	10	15	5	12	6	2	0

- 7.1 Erstellen Sie für die Zufallsgröße X die Wahrscheinlichkeitsverteilung und stellen Sie diese geeignet graphisch dar.

Berechnen Sie, mit wie viel Tassen Tee der Herbergsvater im Durchschnitt pro Gast rechnen kann. 

- 7.2 Berechnen Sie, wie viele Tassen Tee Max pro Gast mindestens bereitstellen muss, wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Tee ausreicht, mehr als 90% betragen soll. 

- 8 Gegeben ist das folgende Baumdiagramm, das das Zufallsexperiment beschreibt, wie viele Kugeln Eis ein beliebig ausgewählter Kunde kauft, ob das Eis in der Waffel (w) oder im Becher (b) ausgegeben wird und ob Sahne (s) gewünscht wird. (Abitur 2011 SI)



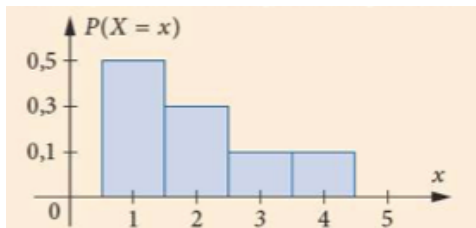
Eine Kugel Eis und eine Portion Sahne kosten jeweils 1,00 €. Die Zufallsgröße X gibt den Preis einer Bestellung an. Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X an und stellen Sie sie geeignet graphisch dar. 

- 9 Die GoodHouse GmbH produziert Blu-Ray-Player. Leider treten bei dem neuesten Modell immer wieder zwei Fehler unabhängig voneinander auf. Bei 3 % der Geräte arbeitet der Laserstift fehlerhaft (Fehler A) und 8 % der Player haben Antriebsprobleme (Fehler B). Die durch die Fehler entstehenden Folgekosten bei Reklamationen betragen 30 € bei Fehler A, 65 € bei Fehler B und 80 €, wenn beide Fehler vorliegen.

Die Zufallsgröße X gibt diese Folgekosten an.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X . 

- 10.0 Im Histogramm ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße X grafisch dargestellt.



- 10.1 Erstellen Sie die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X tabellarisch. 

- 10.2 Denken Sie sich für die Zufallsgröße X eine geeignete Beschreibung sowie ein zugehöriges Zufallsexperiment aus.

Tipp: Verwenden Sie eine Urne, deren Kugeln mit den Zahlen von eins bis vier beschriftet sind und ziehen Sie einmal. 

- 11 In der abgebildeten Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X haben sich Fehler eingeschlichen. Finden Sie diese und machen Sie Vorschläge für die Verbesserung der Fehler. 

x	-2,15	-0,5	0	3	7,7
$P(X=x)$	0	0,3	0,3	0,3	0,2

Lösungen

1 $\Omega = \{ZZZ, ZZW, ZWZ, WZZ, ZWW, WZW, WWZ, WWW\}$

x_i	-3	-1	1	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

2 $\Omega = \{ZZZ, ZZW, ZWZ, WZZ, ZWW, WZW, WWZ, WWW\}$

x_i	-2	-1	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{4}{8}$

3

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,1	0,6	0,3

$$P(X=0) = \frac{\binom{2}{0} \cdot \binom{3}{3}}{\binom{5}{3}} = 0,1; \quad P(X=1) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{3}{2}}{\binom{5}{3}} = 0,6; \quad P(X=2) = \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{3}{1}}{\binom{5}{3}} = 0,3$$

4

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	0,01024	0,0768	0,2304	0,3456	0,2592	0,07776

$$P(X=0) = \binom{5}{0} \cdot 0,6^0 \cdot 0,4^5 = 0,01024; \quad P(X=1) = \binom{5}{1} \cdot 0,6^1 \cdot 0,4^4 = 0,0768;$$

$$P(X=2) = \binom{5}{2} \cdot 0,6^2 \cdot 0,4^3 = 0,2304; \quad P(X=3) = \binom{5}{3} \cdot 0,6^3 \cdot 0,4^2 = 0,3456;$$

$$P(X=4) = \binom{5}{4} \cdot 0,6^4 \cdot 0,4^1 = 0,2592; \quad P(X=5) = \binom{5}{5} \cdot 0,6^5 \cdot 0,4^0 = 0,07776;$$

5

$$\Omega = \{11,12,13,14,15,16,21,22,23,24,25,26,31,32,33,34,35,36,41,42,43,44,45,46, \\ 51,52,53,54,55,56,61,62,63,64,65,66\}$$

x_i	-4	-1	1	5
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{36}$	$\frac{17}{36}$	$\frac{14}{36}$	$\frac{1}{36}$

6 Es gilt: $0,4 + 1,5a + a + 0,5a = 1 \Rightarrow a = 0,2$

y_i	0	1	1,5	2
$P(Y = y_i)$	0,4	0,3	0,2	0,1

Graphische Veranschaulichung mit Histogramm oder mit Stabdiagramm möglich.

7.1

x	0	1	2	3	4	5	6 oder mehr
P(X = x)	0,2	0,3	0,1	0,24	0,12	0,04	0

Graphische Veranschaulichung mit Histogramm oder mit Stabdiagramm möglich.

$$E(X) = 0 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,24 + 4 \cdot 0,12 + 5 \cdot 0,04 + 6 \cdot 0 = 1,9$$

7.2

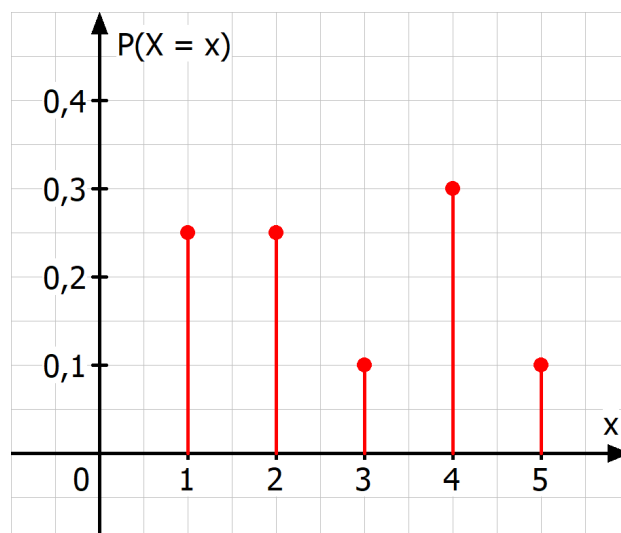
$$P(\text{"Tee reicht"}) > 0,9 \Rightarrow P(X \leq x) > 0,9$$

Aus 7a) ergibt sich $x=4$, da $P(X \leq 4) = 0,96$

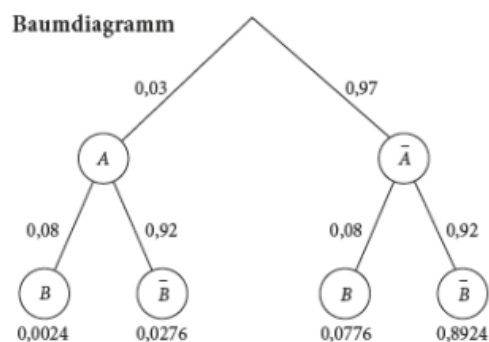
Max muss also mindestens 4 Tassen Tee pro Gast bereitstellen

8

x	1	2	3	4	5
P(X = x)	0,25	0,25	0,1	0,30	0,10



9



x	0	30	65	80
P(X = x)	0,8924	0,0276	0,0776	0,0024

10.1

x	1	2	3	4
$P(X = x)$	0,5	0,3	0,1	0,1

10.2 Eine Urne enthält zehn Kugeln. Fünf Kugeln sind mit der Nummer 1 beschriftet, drei Kugeln mit der Nummer 2 und jeweils eine Kugel mit der Nummer 3 und mit der Nummer 4.

Das Zufallsexperiment besteht aus dem Ziehen einer Kugel und die Zufallsgröße X gibt dabei die Nummer der gezogenen Kugel an.

11) Die Summe aller Teilwahrscheinlichkeiten ist größer als 1.

Mögliche Korrektur: $P(X = 7,7) = 0,1$.

$P(X = -2,15) = 0$ macht keinen Sinn, da es ein unmögliches Ereignis ist.